

Varianta 79

SUBIECTUL I

- a) $AB = \sqrt{2}$.
- b) $a = 1$ și $b = 1$.
- c) Obținem punctul $M(1,1)$.
- d) $i^2 + i^3 + i^4 + i^5 = 0$.
- e) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- f) $BC = 4\sqrt{2}$.

SUBIECTUL II

1.

- a) $\det(A) = \frac{1}{2}$.
- b) $1 - \log_2 3 \cdot \frac{1}{\log_2 3} = 0$.
- c) $m = 2$.
- d) $\text{Rez} = 0$.
- e) $m \in (1, \infty)$.

2.

- a) $f'(x) = e^x + 1$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 2$.
- c) $x = 1$.
- d) funcția nu are asimptotă orizontală; $y = x$ este asimptotă oblică spre $+\infty$.
- e) $\int_0^1 f(x) dx = e - \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL III

- a) Calcul direct.
- b) $f(\sqrt{5} + \sqrt{2}) = (7 + 2\sqrt{10})^2 - 14(7 + 2\sqrt{10}) + 9 = 0$.
- c) $f(-x) = x^4 - 14x^2 + 9 = f(x) \quad \forall x \in \mathbf{R}$.
- d) Notăm $x^2 = t$. Ecuația devine: $t^2 - 14t + 9 = 0$, $\Delta = 160$, $t_{1,2} = 7 \pm 2\sqrt{10}$. Folosind punctul a) $\Rightarrow x_{1,2} = \pm(\sqrt{5} + \sqrt{2})$ și $x_{3,4} = \pm(\sqrt{5} - \sqrt{2})$.

- e) Folosind descompunerea unui polinom după rădăcini relația este evidentă
 f) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$.
 g) Deoarece $x_1 = -x_2$ și $x_3 = -x_4$ rezultă că: $x_1^{2007} + x_2^{2007} + x_3^{2007} + x_4^{2007} = 0$.

SUBIECTUL IV

- a) $f(1) = 7$ și $g(1) = 0$.
 b) Calcul direct.
 c) $g'(x) = 7x^6$.
 d) Deoarece $g'(x) > 0, \forall x \in \mathbf{R}^*$ rezultă că f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.
 e) Din b) $\Rightarrow f(x) = \frac{g(x)}{x-1}, \forall x \neq 1$ și alcătuind tabelul de semne rezultă cerința.
 f) $F(1) = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 dt + \int_0^1 t dt + \int_0^1 t^2 dt + \dots + \int_0^1 t^6 dt = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{7}$.
 g) $F(n) = \int_0^n f(t) dt = n + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3} + \dots + \frac{n^7}{7}$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F(n)}{nf(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n^7}{7} + \frac{n^6}{6} + \dots + n}{n^7 + n^6 + \dots + n} = \frac{1}{7}.$$